

**Colección “Matemática Educativa y Tecnología”**

**APLICACIONES SOBRE LA  
MODELACIÓN, LA  
VISUALIZACIÓN Y USO DE  
REPRESENTACIONES EN LA ERA  
NUMÉRICA**

**Editores:**

**Dávila Araiza , María Teresa**

**Romero Félix, César Fabián**

**Hitt, Fernando**



## **Colección: Matemática Educativa y Tecnología**

Editores de la colección:

Fernando Hitt Espinosa

José Carlos Cortés Zavala

## **Comité Editorial**

María Teresa Dávila Araiza

*Universidad de Sonora*

México

César Fabián Romero Félix

*Universidad de Sonora*

México

Fernando Hitt Espinosa

*Université du Québec à Montréal*

Canada.

Primera edición: 20 de noviembre de 2023

---

Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y  
uso de representaciones en la era numérica

Dávila Araiza, M.T., Romero Félix C.F y Hitt, F.  
(Eds.)

México: Editorial AMIUTEM

(Colección Matemática Educativa y Tecnología)

ISBN: 978-607-98603-3-2

---



---

## Prólogo

Irene Vallejo, la joven promesa de la literatura Española, en su libro “El Infinito en un Junco” inicia su obra diciendo:

“Misteriosos grupos de hombres a caballo recorren los caminos de Grecia. Los campesinos los observan con desconfianza desde sus tierras o desde las puertas de sus cabañas. La experiencia les ha enseñado que solo viaja la gente peligrosa: soldados, mercenarios y traficantes de esclavos. Arrugan la frente hasta que los ven hundirse otra vez en el horizonte. No les gustan los forasteros armados.

Los jinetes cabalgan sin fijarse en los aldeanos. Para cumplir su tarea deben aventurarse por los violentos territorios de un mundo en guerra casi permanente”

Más adelante nos informa, que esa tarea que deben cumplir, y que fue un encargo del Rey de Egipto (Ptolomeo III), es buscar Libros, todo tipo de libros y que serán almacenados en la gran Biblioteca de Alejandría.

Irene menciona “La invención de los libros ha sido tal vez el mayor triunfo en nuestra terca lucha contra la destrucción”.

Quise retomar la visión de Irene Vallejo como el inicio del prólogo, para reafirmar que cada libro que se escribe es importante para la humanidad. Así que mi querido lector, todos los autores de este material te agradecemos por haber abierto estas paginas y esperamos que encuentres en este libro beneficios.

El libro “*Aplicaciones sobre la modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*” es la parte práctica del libro anterior llamado “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”, por lo que es conveniente retomar lo escrito por Esnel Pérez, autor del prólogo del libro “*Modelación, la visualización y uso de representaciones en la era numérica*”. Pérez menciona lo siguiente:

“El título mismo, *Modelación, Visualización y Representaciones en la Era Numérica*, me llevó a preguntarme ¿cuál es la significación que a partir de la lectura del texto habría de encontrar para tal expresión?

El título me permitió suponer que el contenido está articulado sobre tres grandes ejes de discusión, importantes por demás en Educación Matemática: Modelación, Visualización y Representaciones; que, si bien son distinguibles uno del otro, no se excluyen mutuamente; además de un cuarto eje, el uso de tecnología (designado implícitamente por la expresión “En la Era Numérica”), que se entrecruza con los tres primeros.”

En este nuevo libro encontrarás algunas aplicaciones de las temáticas tratadas en el volumen anterior. Se compone de quince capítulos y cada uno de ellos se desarrolla proponiendo una actividad de aprendizaje.

En el capítulo uno, Del Castillo, Ibarra y Armenta desarrollan una secuencia didáctica o actividad para el aula partiendo de una situación cotidiana la Señalización de protección civil. Mencionan

“La estructura de la secuencia didáctica incluye actividades de apertura, desarrollo y cierre, acorde al planteamiento de Díaz-Barriga (2013), y es consistente con los planes y programas vigentes del bachillerato en México (SEP, 2017). Para el desarrollo de la secuencia se han incluido momentos de trabajo individual, en equipos y grupal. La reflexión individual, las interacciones con el grupo y con el profesor son importantes para promover los momentos de argumentación y la negociación de los significados construidos.

Boissinotte, en el capítulo dos propone una actividad para encontrar el mejor costo para instalar un cable, menciona “Nuestro objetivo es lograr que los estudiantes (futuros profesores de secundaria) reconozcan el potencial de Modelado 3D producido en software de geometría dinámica para resolver ciertos Problemas que involucran visualización espacial”. Recomienda, como metodología de trabajo, ACODESA<sup>1</sup> y propone su actividad a través de seis bloques.

Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones es el capítulo tres, los autores, Soto, Urrea Bernal y Romero hacen uso del GeoGebra para tratar las operaciones entre vectores, proponen tres secuencias didácticas donde cada una de ellas se compone de actividades para el aula.

En capítulo cuatro, escrito por Martínez y Olvera, proponen una actividad relacionada con las horas de luz solar, con esta actividad mencionan que pretenden “Que los estudiantes generen un modelo matemático de un contexto real sobre la duración de luz solar con datos que se pueden recuperar en una base que se actualizan en tiempo real. El contexto propuesto es propicio para promover el estudio de fenómenos reales que involucra periodicidad, por lo que la actividad promueve el estudio de la función seno y/o coseno a través de diferentes representaciones. La actividad se compone de cuatro momentos y cada momento es tratado a través de preguntas.

Modelizar el movimiento uniforme apoyados con un sensor de movimiento para obtener un acercamiento a la función lineal y que los estudiantes comprendan que: la gráfica distancia/tiempo que da el sensor es una representación del movimiento. Es la propuesta de Hernández, Santillán y Pérez y para ello proponen cuatro actividades que son presentadas en el capítulo cinco.

Dando continuidad al capítulo anterior en el capítulo seis los mismos autores proponen otra actividad llamada “Gráficas dinámicas ligadas”, ahí proponen tres actividades que tienen como objetivo descubrir relaciones entre la gráfica de  $d/t$  y la de  $v/t$ , manipulando la gráfica.

En el capítulo siete Grijalva y Dávila proponen dos actividades didácticas que pretenden apoyar el estudio de la integral mediante el desarrollo de procesos de visualización. Las actividades diseñadas tienen como propósito promover, como punto de partida, el significado de integral como función de área, no el de integral definida como valor fijo correspondiente al área de una región estática.

Zaldívar Rojas y Vega Herrera son los encargados de la escritura del capítulo ocho, en el cual se desarrollan diez actividades para promover el uso de gráficas en la solución de sistemas de ecuaciones lineales con las cuales intentan promover la visualización matemática.

---

<sup>1</sup> ACODESA: Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Autoreflexión

Romero continua, en el capítulo nueve, con actividades para promover la visualización para encontrar raíces de funciones a través del método de Bisección y del Newton-Raphson. La propuesta incluye dos actividades, organizadas en tres etapas cada una: problema inicial, discusión grupal y ejercicios.

El capítulo diez, escrito por Ibarra y Montiel presenta la situación de estimar la temperatura. Esta actividad se desarrolla en tres etapas y tiene como objetivo que los y las profesoras participantes realicen estimaciones acerca de las temperaturas entre dos ciudades a fin de promover el análisis e interpretación geométrica del Teorema de Tales.

Las mismas autoras proponen, en el capítulo once, una actividad sobre Antenas telefónicas como un medio para conceptualizar la mediatriz.

Que los estudiantes aprendan a construir estructuras cognitivas y que ligen los procesos algebraicos en papel y lápiz, junto con los visuales con la ayuda de la geometría dinámica y el Cas de GeoGebra, es el objetivo de la propuesta que desarrolla Hitt en el capítulo doce. Es una actividad que se implementa en el aula utilizando la metodología ACODESA.

Guarín, Parada Rico y Fiallo son los autores de Capítulo trece que lleva por nombre “Nociones de aproximación y Tendencia”. Para los autores una mejor comprensión del concepto de límite de una función en un punto es el que los estudiantes tengan idea de lo que es una aproximación y una tendencia. El Capítulo se desarrolla a través de cinco actividades en las cuales se hace uso de un applet realizado en GeoGebra.

En los Capítulos catorce y quince se trabaja la generalización algebraica, en el aprendizaje formal de álgebra. Hitt y Saboya presentan una actividad denominada “El jardín de calabazas” y Hitt y Quiroz proponen la actividad “Rectángulos y círculos”. En ambas actividades se emplea la metodología ACODESA, por lo que se desarrolla la actividad en cinco etapas. En cada una de las actividades se utiliza un applet de GeoGebra.

Así que, estimado lector, esperamos que las actividades presentadas en este volumen te sean de utilidad, es importante aclarar que la editorial AMIUTEM<sup>2</sup> no persigue fines de lucro, por lo cual los libros editados bajo este sello son de libre circulación y completamente Gratis.

Como parte final de este prologo, recordarte que AMIUTEM es una Asociación formada por profesores de matemáticas de diferentes niveles educativos y que uno de los objetivos sociales que persigue es el de promover el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, por lo que ponemos este material en tus manos para que nos ayudes con esta labor.

Morelia, México

José Carlos Cortés Zavala

---

<sup>2</sup> Asociación Mexicana de Investigadores en el Uso de Tecnología para la Enseñanza de las Matemáticas.

---

## Contenido

Capítulo 1: Señalización para Protección Civil	1
Ana Guadalupe del Castillo B., Silvia E. Ibarra O., Maricela Armenta C.	
Capítulo 2: Activité pour les futurs enseignants de mathématiques : Recherche du meilleur coût pour l'installation d'un câble	29
Christian Boissinotte	
Capítulo 3: Actividades sobre el uso de las operaciones entre vectores para la parametrización de superficies en tres dimensiones	49
José Luis Soto Munguía, Manuel Alfredo Urrea Bernal, César Fabián Romero Félix.	
Capítulo 4: Horas de luz solar	63
Cesar Martínez Hernández, María del Carmen Olvera Martínez.	
Capítulo 5: Caminando frente al sensor de movimiento	73
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 6: Gráficas dinámicas ligadas	83
Armando Hernández Solís, Marco Antonio Santillán Vázquez, Héctor Pérez Aguilar.	
Capítulo 7: Actividades para la exploración gráfica de la integral y sus propiedades elementales	91
Agustín Grijalva Monteverde, María Teresa Dávila Araiza.	
Capítulo 8: Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas a través de la Visualización	101
José David Zaldívar Rojas, Beatriz Adriana Vega Herrera.	
Capítulo 9: Visualización de métodos numéricos para aproximar raíces de funciones	125
César Fabián Romero Félix	
Capítulo 10: Situación 1: Estimando la temperatura	149
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 11: Antenas telefónicas	162
María Antonieta Rodríguez Ibarra, Gisela Montiel Espinosa.	
Capítulo 12: Visualización matemática y GeoGebra	173
Fernando Hitt	
Capítulo 13: Nociones de Aproximación y Tendencia	179
Sergio Alexander Guarín Amorocho, Sandra Evely Parada Rico, Jorge Enrique Fiallo Lea.	
Capítulo 14: Le Jardin des Citrouilles	187

Fernando Hitt, Mireille Saboya.

Capítulo 15: Rectángulos y círculos

199

Samantha Quiroz Rivera, Fernando Hitt.

### Capítulo 10: Situación 1: Estimando la temperatura

#### Secuencia didáctica

María Antonieta Rodríguez Ibarra<sup>1</sup>, Gisela Montiel Espinosa<sup>2</sup>.

#### Problemática y propósitos de aprendizaje

Que los y las profesoras participantes realicen estimaciones acerca de las temperaturas entre dos ciudades a fin de promover el análisis e interpretación geométrica del Teorema de Tales.

#### Conceptos matemáticos involucrados

**Generales:** Visualización, estimación, representaciones aritméticas y geométricas.

**Específicos:** Teorema de Tales, proporcionalidad.

#### Nivel de estudios

Profesores de matemáticas de secundaria.

#### Total de actividades y duración aproximada

La situación se divide en tres etapas (inicio, desarrollo y cierre) con una duración aproximada de 2 horas

#### Materiales necesarios

- Hojas de trabajo para cada profesor o profesora participante
- Mapa impreso de la región, regla, termómetro impreso en papel acetato y broche de dos puntas o latonado (Anexo 1)
- Una computadora con GeoGebra para cada profesor o profesora participante. El applet se diseñó en GeoGebra clásico, versión 5
- Applet de GeoGebra para la pregunta 13
- Proyector (para utilizar en discusiones grupales)

#### Método o recomendaciones de enseñanza

La situación se ha dividido en tres etapas de trabajo las cuales se describen a continuación:

##### Etapa 1: Inicio (preguntas 1-3)

En esta etapa se trata de que los participantes se involucren en el contexto de la situación, conozcan las funciones del Servicio Meteorológico Nacional, quien es el encargado de proporcionar información del estado del clima en México, y reconozcan la importancia de conocerla.

<sup>1</sup> Universidad de Sonora, México.

<sup>2</sup> Cinvestav, México

## Situación 1: Estimando la temperatura

### **Etapas 2: Desarrollo (preguntas 4-14)**

En esta etapa se espera que los participantes den respuesta a tareas matemáticas poniendo en uso sus conocimientos, que formulen y validen con o sin uso de tecnología conjeturas, que compartan sus resultados con el grupo.

De las preguntas 4-8 se trata de que las y los participantes realicen conjeturas respecto a cómo es la temperatura en algún punto entre las dos ciudades. Se espera que las justificaciones de respuesta de los y las participantes se apoyen en procedimientos aritméticos como el cálculo del promedio de dos magnitudes.

En las preguntas 9 y 10 se promueve que los y las participantes, con base en lo contestado en las preguntas anteriores, establezcan y validen un método para estimar temperaturas y lo compartan de manera grupal.

A partir de la pregunta 11, se sugiere que el facilitador(a), en caso de que los participantes no lo hayan hecho, oriente la discusión a un ambiente geométrico, es decir, invitarles a pensar cómo dar respuesta a la situación de la estimación de temperaturas utilizando herramientas geométricas, para lo cual, se le proporciona a cada participante el material físico (mapa, termómetro y regla) (Anexo 1). Se espera que los y las participantes realicen trazos auxiliares a fin de establecer relaciones geométricas de la situación.

En las preguntas 13 y 14, se trabajará con un applet de GeoGebra, en el cual, las y los participantes podrán ver en pantalla una representación dinámica de la situación trabajada con el material físico. Se busca que a pasar de “arrastrar” los diferentes puntos visibles en el modelo dinámico, se puedan generalizar las relaciones geométricas identificadas en las preguntas 11 y 12, es decir, se puedan detectar las relaciones que permanecen invariantes.

### **Etapas 3: Cierre (preguntas 15-18)**

En esta etapa, se sugiere, si es posible, que todos los participantes presenten el método geométrico para estimar las temperaturas y argumenten por qué funciona. Además, que se compare con el método aritmético propuesto anteriormente. Se sugiere al facilitador que en caso de que no haya surgido en la etapa de Desarrollo, aquí se aborde el Teorema de Tales y se qué relación tiene éste con el modelo geométrico planteado por los participantes.

Consideraciones adicionales: A manera de reflexión para las y los profesores participantes, una vez concluida la situación, se podría promover una discusión centrada en cómo adaptar la situación para ser trabajada con sus estudiantes.

## Etapa 1: Inicio

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Contesta las preguntas y realiza lo que se solicita en cada una de las actividades de tus hojas de trabajo.

Registra siempre tus respuestas en tus hojas de trabajo, aunque hayas trabajado en equipo.

### Trabajo individual

Conocer la información climatológica de México es de gran importancia para diferentes sectores de la población. Es a partir de ésta que muchas personas toman diferentes decisiones como: salir o no de viaje, ponerse suéter, salir con paraguas de casa, horarios de clases en las escuelas, aplicación de vacunas, programas y campañas sociales, entre otros.

La Comisión Nacional del Agua (CONAGUA), a través del Servicio Meteorológico Nacional (SMN) son los responsables de proveer pronósticos, alertas e información del estado del tiempo y del clima en nuestro país.

Las principales funciones del SMN son:

- Mantener informado al Sistema Nacional de Protección Civil, de las condiciones meteorológicas que puedan afectar a la población y a sus actividades económicas.
- Difundir al público boletines y avisos de las condiciones del tiempo, especialmente en la época de ciclones, que abarca de mayo a noviembre.
- Realizar estudios climatológicos o meteorológicos.
- Proporcionar al público información meteorológica y climatológica.
- Concentrar, revisar, depurar y ordenar la información, generando el Banco Nacional de Datos Climatológicos, para consulta del público.

1. ¿Consultas información climatológica para la toma de alguna decisión en tu vida?, ¿Cuál?

Para estimar la temperatura, se cuenta con Estaciones Meteorológicas Automáticas (EMAS) ubicadas de manera estratégica por todo el país. Las cuales son un conjunto de dispositivos

## Situación 1: Estimando la temperatura

eléctricos y mecánicos que realizan mediciones de las variables meteorológicas de forma automática (sobre todo en forma numérica). En el caso del estado de Sonora, hay ocho EMAS, ubicadas en Álamos, Caborca, El Pinacate, Hermosillo-Bahía de Kino, Nogales, San Luis Río Colorado, Sonoyta y Yécora.

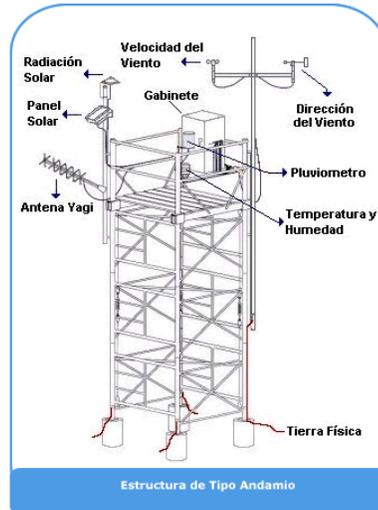


Figura 1: Tipo de estructura donde se montan las estaciones meteorológicas. Disponible en <http://smn.cna.gob.mx/es/emas>

2. ¿Sabes cómo los meteorólogos estiman la temperatura de un lugar que no esté cerca de alguna EMAS?

3. Si conocemos la temperatura de dos ciudades ¿Cómo será la temperatura en un lugar que esté entre ellos? ¿Podría cambiar de manera drástica? ¿Qué información necesitamos para estimar la temperatura de este lugar?

## Etapa 2: Desarrollo

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

4. Si sabemos que la temperatura en Guaymas es  $27^{\circ}$  y en Hermosillo es  $32^{\circ}$  ¿Cuál será la temperatura en un punto a la mitad del camino? Justifica tu respuesta

Puedes usar el siguiente mapa para ubicarte



5. ¿y a la cuarta parte del camino?

Situación 1: Estimando la temperatura

6. ¿y a la tercer parte?

7. ¿Utilizaste el mismo procedimiento para estimar la temperatura en todos los casos? De ser así, descríbelo

8. Se toma la temperatura en un punto entre Hermosillo y Guaymas y el termómetro registra  $30^{\circ}$  ¿A qué distancia aproximadamente se hizo la toma?

9. De manera general, conocidas las temperaturas de Hermosillo y Guaymas, cómo le podrías explicar a alguien cómo estimar la temperatura de un punto que esté entre las dos ciudades.

## Situación 1: Estimando la temperatura

10. ¿Cómo podrías validar o argumentar que el método descrito en la pregunta anterior funciona?

**Hasta el momento hemos trabajado con herramientas aritméticas para resolver los cuestionamientos previos. ¿Podremos construir un modelo geométrico que nos ayude a estimar temperaturas?**

11. ¿Cómo podrías utilizar el material que se te ha proporcionado (mapa, termómetro y regla) para estimar las temperaturas?

### Trabajo grupal



12. Compara tu respuesta a la pregunta 11 con los demás profesores participantes y escribe si hay diferencias entre el cómo se usó el material.

## Situación 1: Estimando la temperatura

### Trabajo con GeoGebra

#### INSTRUCCIONES

Descargar el archivo Estimando la temperatura.ggb. En este applet podrán “arrastrar” los puntos P, T y A y observar los cambios que se producen



13. Describe lo que ves en la pantalla

14. Completa la siguiente tabla a partir de lo que observas en pantalla

Punto	¿Qué representa?
P	

Situación 1: Estimando la temperatura

T	
A	

15. Cuando “arrastramos” el punto A, ¿qué cambia?

### Etapa 3: Cierre

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

16. Conocidas las temperaturas de dos lugares, describe un método geométrico para estimar la temperatura de un lugar que esté entre ellos.

17. Explica por qué el modelo anterior funciona

### Trabajo grupal



18. Compara tu método y la explicación con el del resto de participantes, ¿hubo consenso o alguien presentó un método distintito? De ser así, descríbelo

19. Si comparamos el método para estimar temperaturas presentado en la pregunta 9 con el de la pregunta 16, ¿cuáles son sus diferencias?, ¿consideras que uno es mejor que otro? Argumenta tu respuesta

## Situación 1: Estimando la temperatura

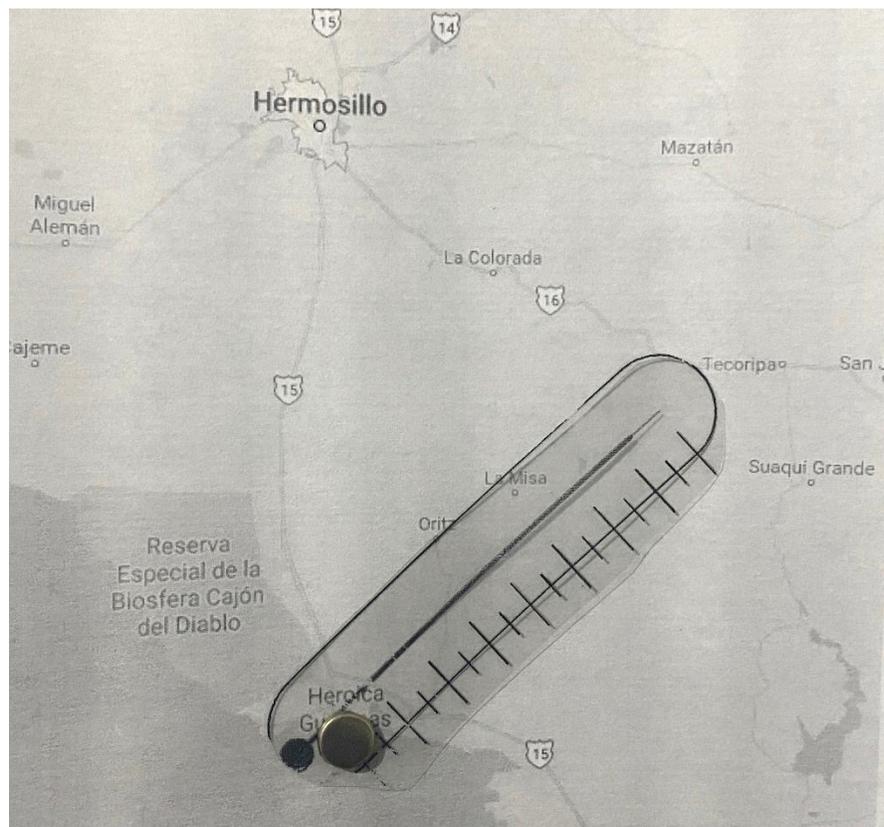


### Anexo 1: Material físico utilizado en la situación 1

Materiales:

1. Mapa
2. Termómetro en hoja acetato
3. Broche de dos puntas o latonado
4. Regla

La construcción utilizada en la situación debe verse así:



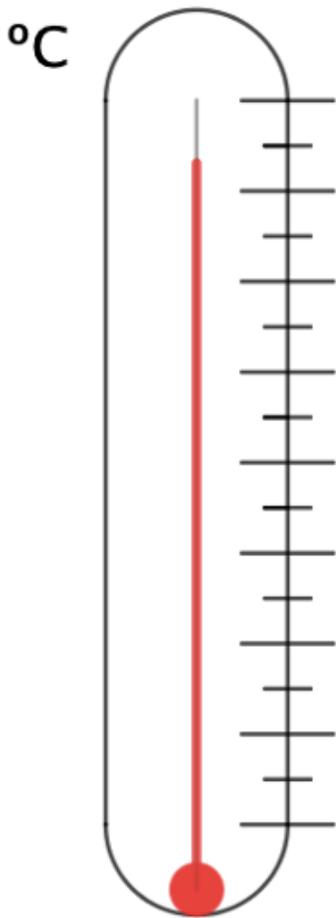
## Situación 1: Estimando la temperatura

### 1. Mapa



Situación 1: Estimando la temperatura

2. Termómetro para impresión en hoja acetato



3. Broche de dos puntas o latonado

